3 CÁLCULO DE LÍNEAS DE TRANSMISIÓN Y ALIMENTADORES DE DISTRIBUCIÓN

3.1 INTRODUCCIÓN

Dentro del amplio espectro del uso de la energía eléctrica con propósitos domésticos, comerciales e industriales, se requiere disponer de las fuentes de producción, es decir, las **centrales eléctricas**, las cuales se localizan en lugares favorables para la producción, pero normalmente se encuentran distantes de los centros de consumo. Uno de los trabajos importantes a desarrollar es transmitir la potencia de los centros de generación a los de consumo, esto se hace por medio de las líneas de transmisión.

Durante la operación de las líneas, se deben considerar las condiciones que deben satisfacer; con objeto de que sean consideradas para el proyecto, estas condiciones son principalmente:

- Potencia máxima a transmitir y voltaje de operación.
- Distancia o longitud de la tierra.
- Ubicación de la línea dentro de la red.

Además de la importancia de las líneas de transmisión para transmitir la potencia de los centros de generación a los centros de carga; la transmisión, entre sistemas separados, que constituye la interconexión, es cada vez más importante, ya que hace posible la operación integrada de los sistemas eléctricos, aspecto que requiere de diseños confiables.

En general, la planeación de nuevos sistemas de transmisión, incluye varios aspectos importantes del sistema eléctrico en su conjunto, como son:

- Flujos de potencia real y reactiva.
- La economía.
- La estabilidad.
- La capacidad de intercambio.
- La confiabilidad.
- El impacto ambiental.

El proceso de planeación es generalmente interactivo por naturaleza, ya que no sólo se deben cumplir los requerimientos a corto plazo, sino también a mediano y largo plazo.

Cuando la transmisión ha sido planeada, el siguiente paso es el diseño de una línea o sistema de transmisión específico; para lo cual, se deben considerar los siguientes factores:

- Potencia por transmitir.
- Longitud de la línea.
- Condiciones ambientales y meteorológicas.
- Pérdidas y regulación.
- Tipo de conductor y diseño del aislamiento.
- Transposiciones.
- Magnitud de la sobretensión esperada.
- Costos del equipo de instalación y mantenimiento.
- Diseño mecánico de las líneas.
- Naturaleza de compensación (si se requiere).

Para el estudio eléctrico y mecánico de las líneas de transmisión, es conveniente considerar que éstas representan la principal fuente de

problemas en un sistema eléctrico; muchos de los cuales están a la fecha, suficientemente estudiados en lo general, pero continúan siendo analizados en la medida que se incrementan los niveles de tensiones de transmisión, ya que la evolución de estos niveles ha planteado nuevos problemas en cada etapa que ha ocurrido.

En la década de los 50's, las tensiones de transmisión más altas alcanzaban valores hasta 230 kV en México y 287 kV en otros países.

En la década de los 60's, se incursionó en los niveles de 300 y 400 kV, en la década de los 70's, ya se tenían niveles de 500 y 700 kV, y actualmente, los niveles de tensión que se encuentran en investigación y desarrollo de prototipos son de 1100 kV y 1500 kV.

El diseño de las líneas de transmisión aéreas debe considerar todas las condiciones climatológica, que se pueden presentar en su trayectoria, ya que, por ejemplo, las líneas cercanas al mar están expuestas a depósitos de sal, lo que representa un problema de contaminación salina. Las líneas que pasan por zonas desérticas están expuestas a temperaturas muy altas durante el día y muy bajas durante la noche en ciertas épocas del año, esto representa también condiciones especiales de diseño.

Es común que en el caso de líneas que partan de centrales eléctricas, se dimensionen las condiciones finales en cuanto a voltaje y se operan a voltajes inferiores por un cierto período de tiempo, para después hacer la conversión.

En cualquier caso, el cálculo eléctrico de las líneas debe cumplir con ciertas condiciones básicas de economía y restricciones de operación.

Estas condiciones son principalmente las siguientes:

- Las pérdidas máximas no deben exceder a un cierto porcentaje de la potencia máxima transmitida. (pérdidas RI^2).

- Las pérdidas por efecto corona deben ser tan bajas como sea posible.
- El límite de estabilidad, en estado permanente, debe permitir la transmisión de la máxima potencia, con un cierto margen para oscilaciones de voltaje.
- Se debe respetar, el máximo nivel de ruido permisible. (radio interferencia)

El cálculo de las líneas debe hacerse a partir de las características de operación que deben satisfacer, que son:

- Máxima y mínima carga a transporta, y su factor de potencia.
- Regulación permisible en la línea.
- Máximas pérdidas admisibles.

Para este cálculo eléctrico se hace uso de la representación o modelo de la línea de transmisión, que como se sabe, está formada por tres parámetros básicos, R, L, C, que normalmente se encuentran distribuidos a lo largo de las líneas; pero que para los propósitos de cálculo, se pueden considerar como parámetros concentrados o parcialmente concentrados.

El modelo a usar depende, en cierto modo, del grado de exactitud deseados en los resultados y también de la influencia que pueden tener las simplificaciones para otros estudios; en donde se hacen intervenir las líneas como parte del sistema.

Existen dos métodos básicos para el cálculo de líneas: uno es el clásico que trabaja con la representación de la línea por medio de sus fases, y el otro, es el llamado método matricial, que trabaja a la línea completa, incluyendo el efecto de los cables de guarda y de tierra; que es usado para estudios más detallados y exactos.

3.2 EL MÉTODO CLÁSICO O APROXIMADO PARA EL CÁLCULO DE LÍNEAS DE TRANSMISIÓN

Para el cálculo de líneas en estado permanente, se puede usar el método clásico o el método matricial, en ambos casos, se representa la línea por medio de sus parámetros en forma concentrada (R, L, C), cuando en la realidad son distribuidos.

Para el análisis en estado transitorio, se representa la línea con parámetros distribuidos; ya sea dependiendo del tiempo o de la frecuencia. En este caso, se usa para su análisis el modelo matricial. En esta parte, sólo se considera el estado permanente de las líneas, que corresponde a las condiciones normales de operación; es decir, con sus variaciones de carga, factor de potencia, pero dentro de sus límites permisibles de operación.

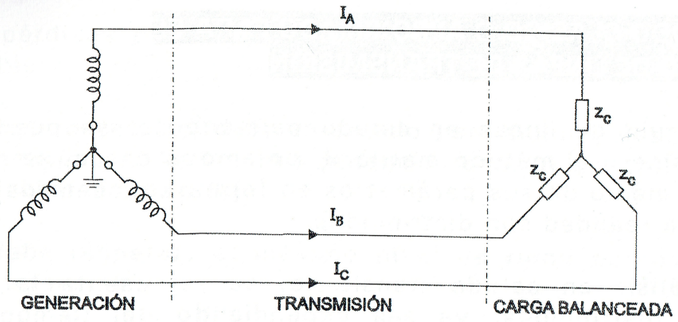
El método clásico, parte de las siguientes suposiciones:

a) Que la construcción de la línea es homogénea, es decir, que tiene las mismas características constructivas en cualquier parte.

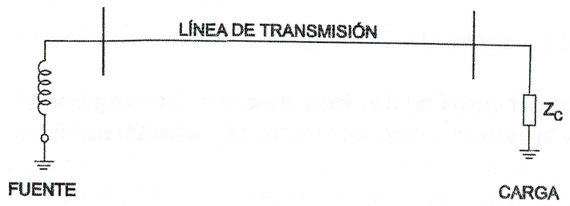
b) Que la línea trifásica opera siempre balanceada, por lo que la representación trifilar se puede reducir a una representación unifilar.

c) Como el efecto capacitivo en las líneas de transmisión es función de la tensión de operación de la línea y de su longitud (potencia reactiva transmitida), entonces se pueden dividir las líneas para su estudio, atendiendo a los factores de tensión y longitud, por:

   - Líneas cortas.
   - Líneas medias.
   - Líneas largas.



Al considerar el sistema balanceado en la fuente y en la carga, se puede representar el sistema en forma monofásica.



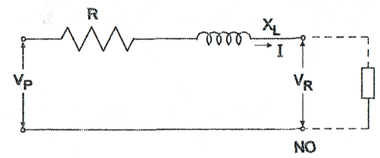
3.3 LÍNEAS CORTAS

Dentro de esta categoría caen las líneas de subtransmisión y distribución, con tensiones de operación entre fases inferiores a 69 kV, con longitudes no mayores a 60 Km.; con estos parámetros, se puede considerar que el efecto de campo eléctrico es pequeño, por lo tanto, despreciable. Esto se traduce en las siguientes simplificaciones.

- No se considera el efecto capacitivo de la línea, es decir, se desprecia el valor de la susceptancia a tierra (Y_C), y por lo tanto, la línea se representa como una impedancia serie de la forma $Z = R + jX_L$.

- El nivel de ruido audible y radio interferencia es bajo, por lo general se considera despreciable, y lo mismo ocurre con las pérdidas por corona.

El circuito representativo de la línea corta es el que se muestra a continuación:



V_P = Voltaje al principio de la línea.

V_R = Voltaje al final o de recepción de la línea.

I = Corriente de carga.

R = Resistencia total de la línea $R = r \times \ell$

r = Resistencia del conductor en Ω/Km. a 60 °C en C.A.

X_L = Reactancia inductiva total del conductor.

$$X_L = 0.1736 LOG \frac{DMG}{RMG} \times \ell \ (\Omega)$$

ℓ = Longitud total de la línea en kilómetros.

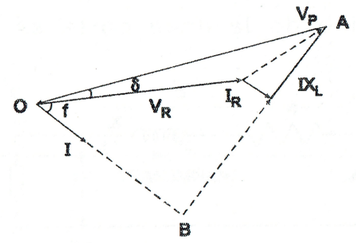
La relación vectorial, entre las cantidades al principio de la línea y en el extremo de recepción, es la siguiente:

$$\vec{V}_P = \vec{V}_R + \vec{I}\,\vec{Z}$$

La corriente de carga se encuentra defasada un cierto ángulo con respecto al voltaje de recepción (V_R); al coseno de este ángulo se le conoce como el factor de potencia (cos ϕ).

En teoría, se pueden presentar tres casos.

- Que la carga sea predominantemente inductiva, y entonces el factor de potencia es atrasado, como se muestra en el siguiente diagrama vectorial:

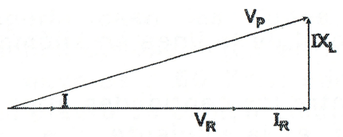


$$V_P = V_R + I\,Z$$

Para calcular la magnitud del voltaje al principio de la línea, consideramos el triángulo OAB.

$$V_P = \sqrt{(V_R \cos\phi + I_R)^2 + (V_R \ sen\phi + IX_L)^2}$$

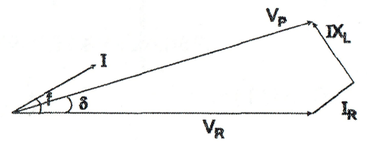
- Que la carga sea resistiva, y entonces la corriente de carga se encuentra en fase con V_R, y se dice que el factor de potencia es unitario. El diagrama vectorial correspondiente es el siguiente:



$$V_P = \sqrt{(V_R + I_R)^2 + (IX_L)^2}$$

- Operación con factor de potencia adelantado, esta condición corresponde al caso de líneas con carga predominantemente

capacitivas (con baja carga o cargas capacitivas como cables de potencia en vacío o bancos de capacitores).
Aquí δ, aumenta considerablemente con respecto a V_R.



$$V_P = \sqrt{(V_R \cos\phi + IR)^2 + (IX_L - V_R \ sen\phi)^2}$$

La regulación se refiere a la máxima caída de voltaje permisible en la línea en las condiciones de máxima demanda y se expresa en %, referido al voltaje en la carga – recepción. Se calcula con la expresión:

$$REG = \frac{V_P - V_R}{V_R} \times 100$$

Ejemplo

Calcular el voltaje al principio de la línea de un alimentador de 34.5 kV, con conductor ACSR, calibre 1/0, para las siguientes condiciones:

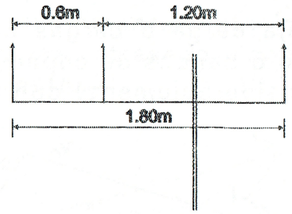
a) A demanda máxima de 2000 kW $\cos\phi = 0.9$ (-)

b) A demanda mínima de 200 kW $\cos\phi = 0.8$ (-)

c) A 50% de demanda. (1000 kW y $\cos\phi = 1.0$)

Se considera una longitud de 40 kilómetros.

La configuración de conductores es la mostrada a continuación:



Conductor ACSR 1/0 (6/1):

$r = 0.696\ \Omega / km\ a\ 50°\ C.$

$d = 10.1\ mm$

$r = \frac{d}{2} = 5.05\ mm$

$V_R = \frac{34.5}{\sqrt{3}} = 19.91\,kV$

Solución

La resistencia del conductor es:

$R = 0.696 \times 40 = 27.84\ \Omega / fase$

$X_L = 0.1736\ log \frac{\sqrt[3]{0.6 \times 1.20 \times 1.80}}{5.05 \times 10^{-3}} \times 40 = 16.21\Omega / fase$

a) Carga de 2000 KW $\cos\phi = 0.9 \quad \phi = 25.84°$

$I = \frac{2000}{\sqrt{3} \times 34.5 \times 0.9} = 37.19\ amp. \qquad I = 37.19\angle -25.84$

$IR = 37.19 \quad (27.83) = 1035.36\ volts = 1.035\,KV$

$IX_L = 37.19\ (16.21) = 602.84\ volts = 0.602\,KV$

$V_P = \sqrt{(19.91 \cos 25.84° + 1.035)^2 + (0.602 + 19.91 sen 25.84°)^2}$

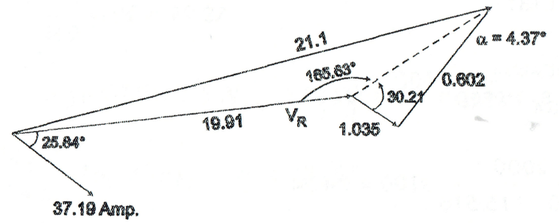
$V_P = 21.10\,KV$

$V_P = 18.95 + 9.279 = 21.09\angle 26.089$

$\delta = 26.089 - 25.84°$

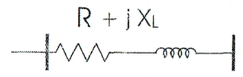
$= 0.249°$

$\therefore \delta = 0.249°$



$Z = 27.84 + j16.21 = 32.21\angle 30.21\Omega$

$\alpha = 30.21 - 25.84 = 4.37°$



El ángulo entre el principio y el final de la línea no debe exceder a 30° .
La potencia transmitida es:

$P_f = \frac{V_P\ V_R}{Z} sen\delta = \frac{(21.1)(19.91)}{32.21} sen\ 0.249°$

$= 0.05668\,MW$

$= 56.68\,KW$

La regulación:

$$REG = \frac{21.1 - 19.91}{19.91} x100 = 5.97\%$$

Las pérdidas totales serán:

$$PERD = 3I^2 R = 3(37.19)^2(27.84) = 115516.19 \text{ watts}$$

$$= 115.516 KW$$

La eficiencia:

$$n = \frac{P_{CARGA}}{P_{CARGA} + PERD} x100$$

$$n = \frac{2000}{2000 + 115.516} x100 = 94.54$$

b) Para carga 200 kW cosϕ = 0.8 (-)ϕ = 35.87°

$$I = \frac{200}{\sqrt{3}(34.5)(0.8)} = 4.18 \text{ Amp}$$

$$IR = 4.18(27.84) = 116.47v = 0.116 KV$$

$$IX_L = 4.18(16.21) = 67.76 V = 0.068 KV$$

$$V_P = \sqrt{(19.91 \cos 36.87° + 0.116)^2 + (0.68 + 19.91 \text{ sen } 36.87°)^2} = 20.04 KV$$

$$V_P = 16.044 + j12.014 = 20.04 \angle -36.82°$$

$$\delta = 36.87 - 36.82 = 0$$

La regulación:

$$REG = \frac{20.04 - 19.91}{19.91} x100 = 0.653\%$$

Las pérdidas:

$$3I^2 R = 3(4.18)^2(27.84) = 1459.29 W = 1.459 W$$

La eficiencia:

$$n = \frac{200}{200 + 1.459} x100 = 99.27$$

c) A 50% de carga (1000 kW), y factor de potencia unitario.

$$I = \frac{1000}{\sqrt{3}\,34.5} = 16.73 \text{ Amp.} \quad I = 16.73 \angle 0°$$

$$IR = 16.73(27.84) = 465.89 = 0.466 KV$$

$$IX_L = 16.73(16.21) = 271 = 0.271 KV$$

$$V_P = \sqrt{(19.91 + 0.466)^2 + (0.271)^2} = 20.37 KV$$

$$\delta = TAN^{-1} \frac{0.271}{20.37} = 0.76 \therefore V_P = 20.37 \angle 0.76° KV$$

La regulación:

$$REG = \frac{V_P - V_R}{V_R} x100 = \frac{20.37 - 19.91}{19.91} = 100 = 2.34\%$$

Pérdidas:

$$PERD = 3I^2 R = 3(16.73)^2(27.84) = 23.376 KW$$

La eficiencia:

$$n = \frac{1000}{1000 + 23.376} x100 = 97.61\%$$

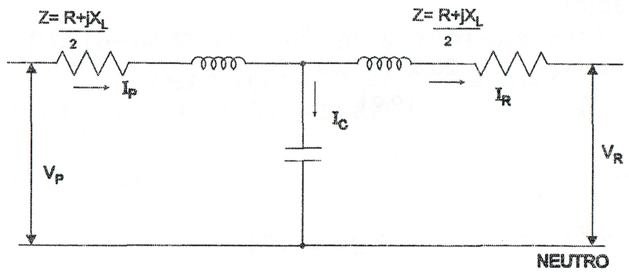
3.4 LÍNEAS MEDIAS

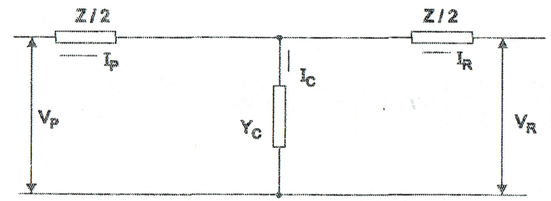
Se denominan líneas medias a las que tienen una longitud asociada a su tensión de operación tal que, la característica de la capacitancia a tierra no sea despreciable; pero se pueda presentar como un parámetro concentrado. Dentro de esta categoría, caen las líneas de subtransmisión y transmisión de tensiones medias, comprendidas entre 69 y 161 kV; con longitudes no superiores a 180 Km. para las tensiones más elevadas, como son; entre 115 kV y 161 kV.

Existen principalmente, dos métodos de cálculo para estas líneas; dependiendo del grado de precisión deseado, en cuanto a la representación del efecto capacitivo; estos métodos de cálculo reciben el nombre de la representación geométrica y se conocen como circuitos T y π.

3.5 EL CIRCUITO T, PARA CÁLCULOS DE LAS LÍNEAS MEDIAS

En el circuito T, se considera el efecto capacitivo, concentrado en el punto medio de la línea, es decir, se supone que la impedancia serie $Z = R + jX_L$, se encuentra dividida en dos partes, por la rama de susceptancia capacitiva Y_C.





La solución de este circuito, como en el caso de línea corta, consiste en establecer la relación entre las cantidades en los extremos de recepción y envío. Normalmente, se conocen las cantidades (VR, IR), en el extremo receptor o de la carga, y a partir de éstas, se determinan las cantidades en el extremo de envío o al principio de la línea.

Para el circuito anterior, la corriente al principio de la línea es:

$$I_P = I_R + I_C$$

$$I_C = \left(V_R + \frac{Z}{2} I_R\right) Y_C$$

Donde:

$$I_P = I_R + \left(V_R + \frac{Z}{2} I_R\right) Y_C$$

$$I_P = I_R + V_R Y_C + \frac{ZY_C}{2} I_R$$

$$I_P = I_R \left(1 + \frac{ZY_C}{2}\right) + V_R Y_C$$

El voltaje al principio de la línea es:

$$V_P = \frac{Z}{2} I_P + \frac{Z}{2} I_R + V_R$$

Sustituyendo IP:

$$V_P = \frac{Z}{2}\left[I_R\left(1+\frac{ZY_C}{2}\right)+V_R\,Y_C\right]+\frac{Z}{2}I_R+V_R$$

$$V_P = V_R+\frac{Z}{2}I_R+\frac{Z}{2}I_R+\frac{Z^2Y_C}{4}I_R+\frac{ZY_C}{2}V_R$$

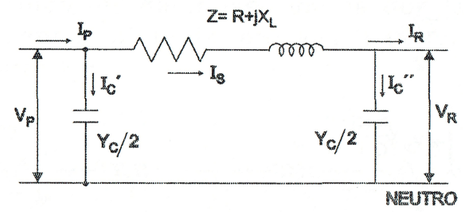
$$V_P = V_R\left(1+\frac{ZY_C}{2}\right)+\left(ZI_R+\frac{Z^2Y_C}{4}I_R\right)$$

$$V_P = V_R\left(1+\frac{ZY_C}{2}\right)+ZI_R\left(1+\frac{ZY_C}{4}\right)$$

3.6 EL CIRCUITO PI (π) PARA EL CÁLCULO DE LÍNEAS MEDIAS

El otro circuito representativo de las líneas medias es el conocido como circuito π, que recibe este nombre por la forma que adopta.

La diferencia fundamental entre este circuito y el circuito T, es que se considera que la capacitancia no está concentrada al centro, sino que se encuentra distribuida en su efecto, y otra en el extremo receptor, como se muestra en la siguiente figura:



IS, es la corriente en la rama serie de la línea.

La relación entre las cantidades de recepción (V_R, I_R) conocidas y las de envío de la línea, se obtiene como sigue:

$$V_P = V_R + Z\,I_S$$

Donde la corriente en el elemento serie es:

$$I_S = I_R + Ic''$$

Siendo:

$$Ic'' = \frac{Y_C}{2}V_R$$

Es decir que:

$$I_S = I_R + \frac{Y_C}{2}V_R$$

Por tanto:

$$V_P = V_R + Z\left(I_R+\frac{Y_C}{2}V_R\right)$$

$$V_P = V_R + Z\,I_R + \frac{ZY_C}{2}V_R$$

$$V_P = V_R\left(1+\frac{ZY_C}{2}\right)+Z\,I_R$$

La corriente al principio de la línea es:

$$I_P = I_S + I_C'$$

Donde:

$$Ic' = \frac{Y_C}{2}V_P$$

Es decir:

$$I_P = I_R + \frac{Y_C}{2} V_R + \frac{Y_C}{2}\left(V_R + Z I_R + \frac{ZY_C}{2} V_R\right)$$

$$= I_R + \frac{Y_C}{2} V_R + \frac{Y_C}{2} V_R + \frac{ZY_C}{2} I_R + \frac{ZY_C^2}{4} V_R$$

$$= I_R + Y_C V_R + \frac{ZY_C}{2} I_R + \frac{ZY_C^2}{4} V_R$$

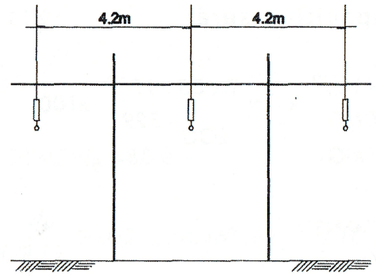
$$I_P = I_R\left(1 + \frac{ZY_C}{2}\right) + V_R\, Y_C\left(1 + \frac{ZY_C}{4}\right)$$

Ejemplo

Se tiene una línea de transmisión de 115 kV y 100 Km. de longitud, que alimenta una carga de 100 MW a cos $\delta = 0.85$ (-). Calcular por circuitos π y T, si la línea tiene un conductor de 477 MCM/FASE. Se desea calcular:

- El voltaje y la corriente, al principio de la línea.
- La regulación de voltaje.
- Las pérdidas y la eficiencia.

La disposición de los conductores, es la que se muestra a continuación:



Solución

a) Conductor de 477 kCM por fase.

De tablas:

- Diámetro exterior 21.8 mm
- Resistencia de C.A. a 50° C 0.134Ω/Km.
- Nombre comercial Halcón
- Número de hiios 26/7
- RMG 0.884 cm

La resistencia total de la línea:

$$R = r \times \ell = 0.134 \times 100 = 13.4\Omega \quad R = 13.4\Omega$$

$$DMG = \sqrt[3]{4.20 \times 4.20 \times 8.40} = 5.29m$$

La reactancia inductiva será:

$$X_L = \left(0.1736 LOG \frac{529}{0.884}\right) 100 = 48.2\Omega$$

$$X_L = 48.2\Omega$$

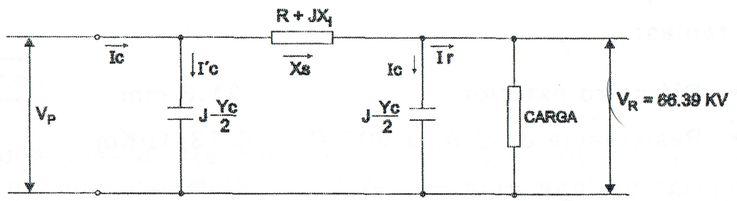
La admitancia capacitiva será:

$$Y_C = b_C = \frac{9.085 X 10^{-6}}{LOG \frac{DMG}{RMG}} x \ell = \frac{9.085 x 10^{-6}}{LOG \frac{529}{0.884}} x100$$

$$= 3.27 x 10^{-4} \ SIEMENS$$

$$Y_C = 3.27 x 10^{-4} \ SIEMENS$$

***Para el circuito π**



$$V_P = V_R\left(1 + \frac{ZY_C}{2}\right) + Z\, I_R$$

$$I_P = I_R\left(1 + \frac{ZY_C}{2}\right) + V_R\, Y_C\left(1 + \frac{ZY_C}{4}\right)$$

$$V_R = \frac{115}{3} = 66.39 \, KV$$

Tomando como referencia VR = 66.39 0° kV

$$I_R = \frac{KW}{3 \, KV \, COS\phi} = \frac{100000}{\sqrt{3}\,(115)(0.85)} = 590.64 \, AMP.$$

$$Z = 13.4 + j48.2 = 50.02 \angle 74.46° \Omega$$

$$I_R = 590.64 \angle -31.79°$$

$$Z = 50.02 \angle 74.46°$$

$$Y_C = 3.27 x 10^{-4} \ SIEMENS$$

$$V_P = 66.39 \ x \ 1000\left(1 + \frac{50.02 \ \angle 74.46° \ x \ 3.27 \ x 10^{-4} \angle 90°}{2}\right)$$
$$+ 50.02 \angle 74.46° \ x \ 590.64 \angle -31.79°$$

$$= 66390\left(1 + 8.178 x 10^{-3} \angle 164.46°\right) + 29543.81 \angle 42.67°$$

$$= 66390\left(1 - 7.879 \ x \ 10^{-3} + j2.191 x 10^{-3}\right) + 21722.66 + j20024.05$$

$$= 65866.91 + j145.46 + 21722.66 + j20024.05$$

$$= 87589.57 + j20169.51 = 89881.82 \ \angle 12.96°$$

$$V_P = 89.881 \angle 12.96° KV$$

$$I_P = 590.64 \angle -31.79°$$

$$\left(1 + \frac{50.02 \angle 74.46° \, x \, 3.27 \, x 10^{-4} \angle 90°}{2} + 66390 \angle 0° \, x \, 3.27 \, x 10^{-4} \angle 90°\left(1 + \frac{50.02 \angle 74.46° \, x \, 3.27 \, x 10^{-4} \angle 90°}{4}\right)\right)$$

$$= 590.64 \angle -31.79\left(0.992 + j2.191 x 10^{-3}\right) + 21.7 \angle 90°\left(1 + 4.089 x 10^{-3} \angle 164.46°\right)$$

$$590.64 \angle -31.79° \ (0.992 \angle 0.126) + 21.7 \angle 90°\left(0.996 + j1.095 x 10^{-3}\right)$$

$$= 585.91 \angle -31.66° + 21.61 \angle 90.06°$$

$$= 498.71 - j307.53 - 0.02 + j21.609 = 498.69 - j285.92$$

$$I_P = 574.84 \angle -29.82°$$

$$\%REG = \frac{89881 - 66390}{66390} 100 = 35.38\%$$

$$\%REG = 35.38$$

$$PÉRDIDAS = 3(I_S)2_R$$

PERO, $I_S = I_P - I_C$, o $I_S = I_R + I_C$

$$I_S = I_P - V_P \frac{Y_C}{2} = I_R + V_R \frac{Y_C}{2}$$

$$I_S = 574.84\angle -29.82° - 89.881\angle 12.96° x \frac{3.27x10^{-4}}{2} \angle 90°$$

$$= 574.84\angle -29.82° - 14.69\angle 102.96°$$

$$= 498.72 - j285.85 + 3.29 - j14.31 = 502.01 - j300.16$$

$$= 584.9\angle -30.87° \text{ AMPERES}$$

$$I_S = 590.64\angle -31.79° + 66390\angle 0° x \frac{3.27x10^{-4}}{2} \angle 90° = 590.64\angle -31.79° + 10.85\angle 90°$$

$$= 502.03 - j311.15 + 10.85 = 502.03 - j300.3 = 584.99\angle -30.88° \text{ AMPERES}$$

$$I_S = 584.99\angle -30.88°$$

$$PÉRDIDAS = 3(584.99)^2(13.4) = 13757 \text{ KW}$$

$$PÉRDIDAS = 13.757 \text{ MW}$$

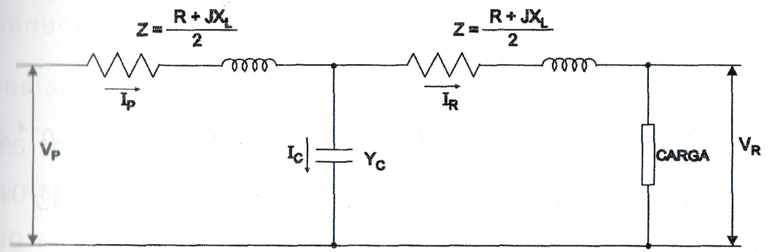
Otro método para calcular las pérdidas:

$$P_P = \sqrt{3}\ V_P\ I_P\ \cos\phi = \sqrt{3}\ x\ 155.68\ x\ 574.84\ \cos(29.82° + 12.96°) = 113.767 \text{ MW}$$

$$PÉRD = 113.767 - 100 = 13.767 \text{ MW}$$

$$\eta = \frac{100}{100 + 13.757} 100 = 87.90$$

$$\%\eta = 87.90$$



$$V_P = V_R\left(1 + \frac{ZY_C}{2}\right) + ZI_R\left(1 + \frac{ZY_C}{4}\right) \quad ; \quad I_P = I_R\left(1 + \frac{ZY_C}{2}\right) + V_R\, Y_C$$

De cálculos anteriores:

$$Y_C = 3.27 \times 10^{-4}\angle 90°$$

$$V_R = 66.39\ \angle 0°\ kV$$

$$I_R = 590.64\ \angle -31.79°\ AMP.$$

$$1 + \frac{ZY_C}{2} = 0.992\ \angle 0.126°$$

$$1 + \frac{ZY_C}{4} = 0.996\ \angle 0.063$$

$$Z = 50.02\ \angle 74.46°\ \Omega$$

$$V_P = 66390\ (0.992\angle 0.126°) + 50.02\ \angle 74.46° \times 590.64\angle -31.79°(0.996\angle 0.063°)$$

$$= 65858.88\ \angle 0.126° + 29426.63\ \angle 42.73°$$

$$= 65858.72 + j144.83 + 21614.87 + j19966.59$$

$$= 87473.59 + j20111.42 = 89755.77\ \angle 12.94°$$

$$V_P = 89.755\ \angle 12.94°\ kV$$

$$I_P = 590.64\ \angle -31.79°\ (0.992\ \angle 0.126°) + (66390\angle 0°)(3.27 \times 10^{-4}\angle 90°)$$

$$= 585.91\ \angle -31.66° + 21.71\ \angle 90° = 498.71 - j307.53 + j21.7$$

$$= 498.71 - j285.83$$

$$I_P = 574.81\angle -29.81° AMP$$

$$\% \ REG = \frac{89755 - 66390}{66390} 100 = 35.19$$

$$\% \ REG = 35.19$$

$$PÉRDIDAS = 3\ (I_P)^2 \left(\frac{R}{2}\right) + 3(I_S)^2\left(\frac{R}{2}\right)$$

$$PÉRDIDAS = 3\ (574.81)\left(\frac{13.4}{2}\right) + 3(590.64)^2 \times \left(\frac{13.4}{2}\right) = 6641.171 + 7011.99$$

$$= 13653.169\ kW$$

$$PÉRDIDAS = 13.653\ MW$$

$$\eta = \frac{100}{100 + 13.653} 100 = 87.98 \qquad \% \ \eta = 87.98$$

Ejemplo

Calcular las distancias a las que se puede transmitir por una línea de transmisión trifásica de 115 KV, para los siguientes casos:

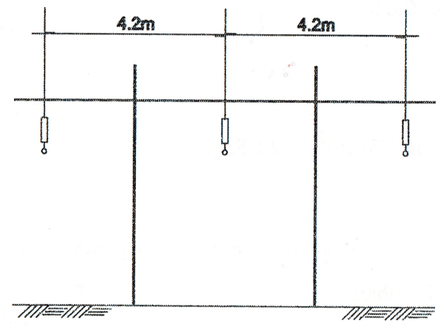
a) Conductor 477 KCM, ACSR.

b) Conductor 795 KCM, ACSR.

Y para los siguientes valores de carga:

- 15 MW, a factor de potencia = 0.85 (-)
- 40 MW, a factor de potencia = 0.85 (-)
- 100 MW, a factor de potencia = 0.90 (-)
- 120 MW, a factor de potencia = 0.90 (-)

El voltaje en el extremo receptor debe ser 115 kV entre fases, y las pérdidas no deben exceder del 3% de la carga, en cada caso. La disposición de conductores, es la siguiente:



Solución

a) Para el conductor 477 KCM por fase, los datos son los siguientes:

- Diámetro exterior = 21.8 mm
- Resistencia de C.A. a 50 °C = 0.134 ohms/km
- Nombre comercial = Halcón
- Número de hilos = 26/7
- RMG = 0.884 cm

b) Para el conductor de 795 KCM por fase, los datos son:

- Diámetro exterior = 28.1 mm
- Resistencia a 50°C = 0.08 ohms/conductor/km
- Nombre comercial = EIDER
- Número de hilos = 26/7
- RMG = 1.14 CM

Para la carga de 15 MW FP = 0.85 (-)

$$I = \frac{15000}{\sqrt{3} \times 115 \times 0.85} = 88.6 Amp.$$

$I_R = 88.6$ Amp.

$$Ppérd = 3\ RI^2 = 3R\ (88.6)^2 = 23.55\ R$$

$$= 0.03 \times 15000$$

$$R = \frac{450}{23.55} = 19.11 Ohms$$

La longitud de la línea para el conductor:

$$L = \frac{R}{r} = \frac{19.11}{0.134} = 142.61\ km$$

$L = 142.61 Km$

$$L = \frac{R}{r} = \frac{19.11}{0.08} = 238.87\ km$$

$L = 238.87$ Km

$$I = \frac{40\,000}{1.73 \times 115 \times 0.85} = 236.25\ amp.$$ Para la carga de 40 MW

$$Pperd = 3\ RI^2 = 3R\ (236.25)^2 = 167.44$$

$$R = 0.03 \times 40000$$

$$R = \frac{1200}{167.44} = 7.166\ ohms$$

La longitud de la línea para el conductor:

$$L = \frac{7.166}{0.134} = 53.477$$

$L = 53.477$ Km

$$L = \frac{7.166}{0.08} = 89.575$$

$L = 89.575$ Km

Para la carga de 100 MW y FP = 0.9 (-)

$$I = \frac{100000}{\sqrt{3} \times 115 \times 0.9} = 557.82\ Amp.$$

$$Ppérd = 3\ RI^2 = 3R\ (557.82)^2 = 933.49\ R$$

$$= 0.03 \times 100\,000$$

$$R = \frac{3000}{933.49} = 3.213 \ ohms$$

La longitud de la línea se calcula como:

$$L = \frac{3.213}{0.134} = 23.3 \ km$$

$$L = 23.3 \ Km$$

$$L = \frac{3.213}{0.08} = 40.16 \ km$$

$$L = 40.16 \ Km$$

Para la carga de 120 MW FP = 0.9 (-)

$$I = \frac{120\,000}{\sqrt{3} \times 115 \times 0.9} = 669.40 \ Amp.$$

$$Ppérd = 3 \ RI^2 = 3R \ (669.4)^2 = 1344.3 \ R$$

$$= 0.03 \times 120\,000$$

$$R = \frac{3600}{1344.3} = 2.68 \ ohms$$

La longitud de la línea se calcula como:

$$L = \frac{2.68}{0.134} = 20 \ km$$

$$L = 20 \ Km$$

$$L = \frac{2.68}{0.08} = 33.5 \ km \qquad L = 33.5 \ Km$$

Ejemplo

Se tiene un alimentador de distribución a 34.5 kV entre fases, que alimenta a una carga de 10 MW, son cos θ = 0.9(-) la disposición de los conductores en la estructura es la mostrada en la figura.

a) Si se usa un conductor ACSR operando el alimentador a 50 °C.

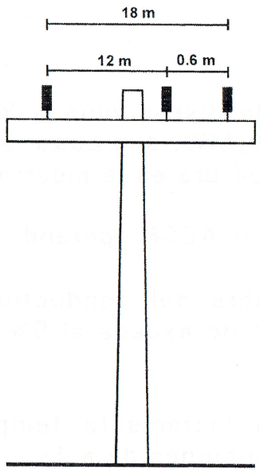
   a.1) Calcular el calibre del conductor requerido para que la caída de tensión no exceda al 5% y las pérdidas totales al 3%.

   a.2) Si la carga se incrementa temporalmente en un 25%, calcular las condiciones de a.1).

b) Suponiendo que se usa un conductor de aluminio AAC repetir inciso **a).**

c) Si el conductor es de cobre calcular las condiciones de **a).**

d) Elaborar una tabla comparativa para los calibres y conductores de cada material asociados a la distancia, para la potencia transmitida de 10 MW.



Solución

a) Para conductores ACSR

a.1) La demanda máxima de 10 MW con F.P. = 0.9(-)

$$Vr = \frac{kV}{\sqrt{3}} = \frac{34.5}{\sqrt{3}} = 19918.58V$$

La corriente debida a esta carga:

$$I = \frac{kW}{\sqrt{3}\, kV \cos\theta} = \frac{10000}{\sqrt{3}(34.5)(0.9)} = 185.94A$$

El calibre del conductor de acuerdo a la corriente es 1 AWG, con un diámetro D = 9.00 mm y una resistencia eléctrica en CD a 20 °C $R_{CD\ a\ 20\ ^\circ C}$ = 0.674 Ω/Km. Corrigiendo la temperatura 50 °C:

$$R_{50^\circ C} = 0.674 \times 1.099 = 0.741\ \Omega / Km$$

Para la disposición de los conductores:

$$DMG = \sqrt[n]{D_1 D_2 D_3 ... D_n} = \sqrt[3]{D_1 D_2 D_3}$$

$$DMG = \sqrt[3]{1.2 \times 0.6 \times 1.8} = 1.09m$$

La reactancia inductiva a 60 Hz:

$$X_L = 0.1736 \times \log \frac{DMG}{D/2} =$$

$$X_L = 0.1736 \times \log \frac{1090}{9.00/2} = 0.4139\ \Omega / Km$$

La impedancia:

$$Z = \sqrt{R^2 + (jX_L)^2}$$

$$Z = \sqrt{(0.741)^2 + (0.4139)^2} = 0.8475\ \Omega / Km$$

Las pérdidas totales no deben exceder al 3% de la potencia transmitida, es decir:

$$Pérd = 0.03 \times 10 = 0.3MW = 300kW$$

$$Pérd = 3RI^2$$

$$R = \frac{Pérd}{3I^2} = \frac{300000}{3 \times (185.94)^2} = 2.89\Omega$$

Como la resistencia de conductor a 50°C es $R_{50^\circ C}$ = 0.741 Ω/Km

$$R = R_{50^\circ C} \times L$$

$$L = \frac{R}{R_{50°C}} = \frac{2.89}{0.741} = 3.9Km$$

La impedancia total de la línea para esta longitud:

$$Z_T = Z \times L = 0.8475 \times 3.9 = 3.30\Omega$$

La caída de voltaje de fase a neutro para I = 185.94 A referida al voltaje neutro en la carga.

$$\Delta V = \frac{Z \times I}{kV\sqrt{3}}$$

$$\Delta V = \frac{3.30 \times 185.94}{34500/\sqrt{3}} = 0.03 = 3\%$$

Con esta longitud no excede al 5% máximo de caída de tensión.

a.2) La demanda máxima es 10 MW con F.P. = 0.9(-) más el 25%

$$Vr = \frac{kV}{\sqrt{3}} = \frac{34.5}{\sqrt{3}} = 19918.58V$$

La corriente debida a esta carga:

$$I = \frac{kW}{\sqrt{3}\, kV \cos\theta} = \frac{12500}{\sqrt{3}(34.5)(0.9)} = 232.43A$$

El calibre del conductor de acuerdo a la corriente es 2/0 AWG con un diámetro D = 11.35 mm y una resistencia eléctrica en CD a 20°C $R_{CD\ a\ 20°C} = 0.424\ \Omega/Km$.

Corrigiendo la temperatura a 50 °C:

$$R_{50°C} = 0.424 \times 1.099 = 0.466\,\Omega / Km$$

Para la disposición de los conductores:

$$DMG = \sqrt[n]{D_1 D_2 D_3 ... D_\eta} = \sqrt[3]{D_1 D_2 D_3}$$

$$DMG = \sqrt[3]{1.2 \times 0.6 \times 1.8} = 1.09m$$

La reactancia inductiva a 60 Hz:

$$X_L = 0.1736 \times \log \frac{DMG}{D/2}$$

$$X_L = 0.1736 \times \log \frac{1090}{11.35/2} = 0.396\,\Omega / Km$$

La impedancia:

$$Z = \sqrt{R^2 + (jX_L)^2}$$

$$Z = \sqrt{(0.466)^2 + (0.396)^2} = 0.6115\,\Omega / Km$$

Las pérdidas totales no deben exceder al 3% de la potencia transmitida, es decir:

$$Pérd = 0.03 \times 10 = 0.3MW = 300kW$$

$$Pérd = 3RI^2$$

$$R = \frac{Pérd}{3I^2} = \frac{300000}{3 \times (232.43)^2} = 1.85\Omega$$

Como la resistencia de conductor a 50°C es $R_{50°C} = 0.466\Omega/Km$

$$R = R_{50°C} \times L$$

$$L = \frac{R}{R_{50°C}} = \frac{1.85}{0.466} = 3.97Km$$

La impedancia total de la línea para esta longitud:

$$Z_T = Z \times L = 0.6115 \times 3.97 = 2.428\Omega$$

La caída de voltaje de fase a neutro para I = 232.43A referida al voltaje neutro en la carga:

$$\Delta V = \frac{Z \times I}{kV / \sqrt{3}}$$

$$\Delta V = \frac{2.428 \times 232.43}{34500 / \sqrt{3}} = 0.028 = 2.8\%$$

Con esta longitud no excede al 5% máximo de caída de tensión.

b) Para conductor AAC

b.1) La demanda máxima de 10 MW con F.P. = 0.9(-)

$$Vr = \frac{kV}{\sqrt{3}} = \frac{34.5}{\sqrt{3}} = 19918.58V$$

La corriente debida a esta carga:

$$I = \frac{kW}{\sqrt{3}kV\cos\theta} = \frac{10000}{\sqrt{3}(34.5)(0.9)} = 185.94A$$

El calibre del conductor de acuerdo a la corriente es 1 AWG, con un diámetro D = 8.33 mm y un resistencia eléctrica en DC a 20°C $R_{CD\ a\ 20°C}$ = 0.678 Ω/Km.

Corrigiendo la temperatura a 50°C:

$$R_{50°C} = 0.67 \times 1.099 = 0.745\Omega / Km$$

Para la disposición de los conductores:

$$DMG = \sqrt[n]{D_1 D_2 D_3 ... D_n} = \sqrt[3]{D_1 D_2 D_3}$$

$$DMG = \sqrt[3]{1.2 \times 0.6 \times 1.8} = 1.09m$$

La reactancia inductiva a 60 Hz:

$$X_L = 0.1736 \times \log \frac{DMG}{D/2} =$$

$$X_L = 0.1736 \times \log \frac{1090}{8.33/2} = 0.4197\ \Omega / Km$$

La impedancia:

$$Z = \sqrt{R^2 + (jX_L)^2}$$

$$Z = \sqrt{(0.745)^2 + (0.4197)^2} = 0.855\,\Omega / Km$$

Las pérdidas totales no deben exceder al 3% de la potencia transmitida, es decir:

$$Pérd = 0.03 \times 10 = 0.3MW = 300kW$$

$$Pérd = 3RI^2$$

$$R = \frac{Pérd}{3I^2} = \frac{300000}{3 \times (185.94)^2} = 2.89\Omega$$

Como la resistencia de conductor a 50°C es $R_{50°C} = 0.745$ Ω/Km

$$R = R_{50°C} \times L$$

$$L = \frac{R}{R_{50°C}} = \frac{2.89}{0.745} = 3.88Km$$

La impedancia total de la línea para esta longitud:

$$Z_T = Z \times L = 0.855 \times 3.88 = 3.32\Omega$$

La caída de voltaje de fase a neutro para I = 185.94 A referida al voltaje neutro en la carga.

$$\Delta V = \frac{Z \times I}{kV / \sqrt{3}}$$

$$\Delta V = \frac{3.32 \times 185.94}{34500 / \sqrt{3}} = 0.031 = 3.1\%$$

Con esta longitud no excede al 5% máximo de caída de tensión.

b.2) La demanda máxima es 10 MW con F.P. = 0.9(-) más el 25%

$$Vr = \frac{kV}{\sqrt{3}} = \frac{34.5}{\sqrt{3}} = 19918.58V$$

La corriente debida a esta carga:

$$I = \frac{kW}{\sqrt{3}\, kV \cos\theta} = \frac{12500}{\sqrt{3}(34.5)(0.9)} = 232.43A$$

El calibre del conductor de acuerdo a la corriente es 1/0 AWG, con un diámetro D = 9.36 mm y una resistencia eléctrica en CD a 20°C $R_{CD\ a\ 20°C} = 0.537$ Ω/Km.

Corrigiendo la temperatura a 50°C:

$$R_{50°C} = 0.537 \times 1.099 = 0.590\ \Omega / Km$$

Para la disposición de los conductores:

$$DMG = \sqrt[n]{D_1 D_2 D_3 ... D_n} = \sqrt[3]{D_1 D_2 D_3}$$

$$DMG = \sqrt[3]{1.2 \times 0.6 \times 1.8} = 1.09m$$

La reactancia inductiva a 60 Hz:

$$X_L = 0.1736 \times \log \frac{DMG}{D/2}$$

$$X_L = 0.1736 \times \log \frac{1090}{9.36/2} = 0.411\Omega / Km$$

La impedancia:

$$Z = \sqrt{R^2 + (jX_L)^2}$$

$$Z = \sqrt{(0.590)^2 + (0.411)^2} = 0.719\ \Omega / Km$$

Las pérdidas totales no deben exceder al 3% de la potencia transmitida, es decir:

$$Pérd = 0.03 \times 10 = 0.3MW = 300kW$$

$$Pérd = 3RI^2$$

$$R = \frac{Pérd}{3I^2} = \frac{300000}{3 \times (232.43)^2} = 1.85\Omega$$

Como la resistencia de conductor a 50°C es $R_{50°C} = 0.590$ Ω/Km.

$$R = R_{50°C} x\, L$$

$$L = \frac{R}{R_{50°C}} = \frac{1.85}{0.590} = 3.136\,Km$$

La impedancia total de la línea para esta longitud:

$$Z_T = Z \times L = 0.719 \times 3.136 = 2.25\,\Omega$$

La caída de voltaje de fase a neutro para I = 232.43A referida al voltaje neutro en la carga.

$$\Delta V = \frac{Z \times I}{kV / \sqrt{3}}$$

$$\Delta V = \frac{2.25 \times 232.43}{34500 / \sqrt{3}} = 0.026 = 2.6\%$$

Con esta longitud no excede al 5% máximo de caída de tensión.

c) Para conductor de cobre.

c.1) La demanda máxima de 10 MW con F.P. = 0.9(-)

$$Vr = \frac{kV}{\sqrt{3}} = \frac{34.5}{\sqrt{3}} = 19918.58V$$

La corriente debida a esta carga:

$$I = \frac{kW}{\sqrt{3kV \cos\theta}} = \frac{10000}{\sqrt{3(34.5)(0.9)}} = 185.94A$$

El calibre del conductor de acuerdo a la corriente es 3 AWG, con un diámetro D = 7.25 mm y una resistencia eléctrica en CD a 20°C $R_{CD\ a\ 20°C} = 0.679$ Ω/Km.

Corrigiendo la temperatura a 50 °C:

$$R_{50°C} = 0.679 \times 1.096 = 0.744\,\Omega / Km$$

Para la disposición de los conductores:

$$DMG = \sqrt[n]{D_1 D_2 D_3 ... D_n} = \sqrt[3]{D_1 D_2 D_3}$$

$$DMG = \sqrt[3]{1.2 \times 0.6 \times 1.8} = 1.09m$$

La reactancia inductiva a 60 Hz:

$$X_L = 0.1736 \times \log \frac{DMG}{D / 2} =$$

$$X_L = 0.1736 \times \log \frac{1090}{7.25 / 2} = 0.4303\,\Omega / Km$$

La impedancia:

$$Z = \sqrt{R^2 + (jX_L)^2}$$

$$Z = \sqrt{(0.744)^2 + (0.4303)^2} = 0.859\,\Omega / Km$$

Las pérdidas totales no deben exceder al 3% de la potencia transmitida, es decir:

$$Pérd = 0.03 \times 10 = 0.3MW = 300kW$$

$$Pérd = 3RI^2$$

$$R = \frac{Pérd}{3I^2} = \frac{300000}{3 \times (185.94)^2} = 2.89\Omega$$

Como la resistencia de conductor a 50°C es $R_{50°C} = 0.744$ Ω/Km

$$R = R_{50°C} \times L$$

$$L = \frac{R}{R_{50°C}} = \frac{2.89}{0.744} = 3.88Km$$

La impedancia total de la línea para esta longitud:

$$Z_T = Z \times L = 0.859 \times 3.88 = 3.33\,\Omega$$

La caída de voltaje de fase a neutro para I = 185.94 A referida al voltaje neutro en la carga.

$$\Delta V = \frac{Z \times I}{kV / \sqrt{3}} =$$

$$\Delta V = \frac{3.33 \times 185.94}{34500 / \sqrt{3}} = 0.031 = 3.1\%$$

Con esta longitud no excede al 5% máximo de caída de tensión.

c.2) La demanda máxima es 10 MW con F.P.= 0.9(-) más el 25%:

$$Vr = \frac{kV}{\sqrt{3}} = \frac{34.5}{\sqrt{3}} = 19918.58V$$

La corriente debida a esta carga:

$$I = \frac{kW}{\sqrt{3}kV\cos\theta} = \frac{12500}{\sqrt{3}(34.5)(0.9)} = 232.43A$$

El calibre del conductor de acuerdo a la corriente es 1 AWG, con un diámetro D=9.14 mm y una resistencia eléctrica en CD a 20°C $R_{CD\ a\ 20°C} = 0.427$ Ω/Km.
Corrigiendo la temperatura a 50°C.

$$R_{50°C} = 0.427 \times 1.096 = 0.468\,\Omega / Km$$

Para la disposición de los conductores:

$$DMG = \sqrt[n]{D_1D_2D_3...D_n} = \sqrt[3]{D_1D_2D_3}$$

$$DMG = \sqrt[3]{1.2 \times 0.6 \times 1.8} = 1.09\ m$$

La reactancia inductiva a 60 Hz:

$$X_L = 0.1736 \times \log \frac{DMG}{D/2} =$$

$$X_L = 0.1736 \times \log \frac{1090}{9.14/2} = 0.413\ \Omega / Km$$

La impedancia:

$$Z = \sqrt{R^2 + (jX_L)^2}$$

$$Z = \sqrt{(0.468)^2 + (0.413)^2} = 0.624\,\Omega / Km$$

Las pérdidas totales no deben exceder al 3% de la potencia transmitida, es decir:

$$Pérd = 0.03 \times 10 = 0.3MW = 300kW$$

$$Pérd = 3RI^2$$

$$R = \frac{Pérd}{3I^2} = \frac{300000}{3 \times (232.43)^2} = 1.85\Omega$$

Como la resistencia de conductor a 50°C es R50°C = 0.468 Ω/Km.

$$R = R_{50°C} \times L$$

$$L = \frac{R}{R_{50°C}} = \frac{1.85}{0.468} = 3.95Km$$

La impedancia total de la línea para esta longitud:

$$Z_T = Z \times L = 0.624 \times 3.95 = 2.46\,\Omega$$

La caída de voltaje de fase a neutro para I = 232.43A referida al voltaje neutro en la carga.

$$\Delta V = \frac{Z \times I}{kV / \sqrt{3}} =$$

$$\Delta V = \frac{2.46 \times 232.43}{34500 / \sqrt{3}} = 0.029 = 2.9\%$$

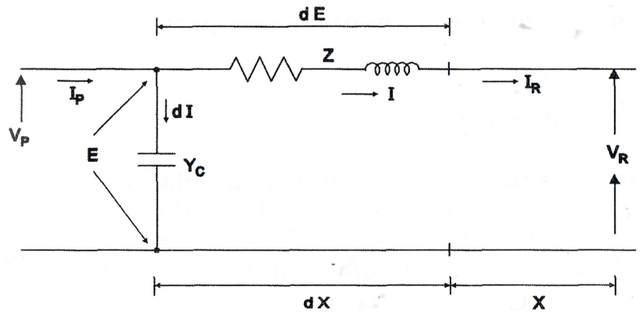
Con esta longitud no excede al 5% máximo de caída de tensión.

Conductor	Carga	Calibre	Capacidad de conducción de corriente	Resistencia a 50 °C	Longitud total de la línea	Impedancia total	ΔV caída de tensión
	MW	AWG	A	Ω	Km	Ω/Km-f	%
ACSR	10	1	200	0.741	3.90	3.30	3.0
	12.5	2/0	270	0.466	3.97	2.428	2.8
AAC	10	1	214	0.745	3.88	3.32	3.1
	12.5	1/0	247	0.590	3.14	2.25	2.6
Cobre	10	3	200	0.744	3.88	3.33	3.1
	12.5	1	270	0.468	3.95	2.46	2.9

IV. LÍNEAS DE TRANSMISIÓN LARGAS

El caso más general, para el cálculo de líneas de transmisión es el de las llamadas líneas largas, que corresponde a la consideración de la capacitancia; que tiene un efecto superior a cualquiera de los tipos de líneas estudiados anteriormente. Dentro de esta categoría de líneas, caen las que operan con tensiones entre fases, superiores a 230 kV y con longitudes no menores de 60 km.

El método de cálculo es más exacto que el usado para las líneas media y corta, ya que se toman elementos diferenciales de longitud, con lo cual el circuito π, representativo de la línea larga, se descompone en muchos circuitos π, que representa a los elementos diferenciales.



Los valores Z, E, YC, están dados por elementos diferenciales de longitud.

Para un elemento diferencial como el mostrado, las ecuaciones para los elementos diferenciales de corriente y voltaje son:

$$dE = IZ \;\; dx$$

$$dI = E \; Y_C \;\; dx$$

También, se pueden escribir las ecuaciones anteriores en la siguiente forma:

$$\frac{dE}{dx} = IZ$$

$$\frac{dI}{dx} = E\ Y_C$$

Obteniendo la segunda derivación de las ecuaciones anteriores:

$$\frac{d^2E}{dx^2} = Z\frac{dI}{dx}$$

$$\frac{d^2I}{dx^2} = Y_C\frac{dE}{dx}$$

Ahora, se pueden sustituir las expresiones para:

$$\frac{dI}{dx} \quad y \quad \frac{dE}{dx}$$

De manera que las ecuaciones anteriores quedan como.

$$\frac{d^2E}{dx^2} = Z\ \ E\ \ Y_C$$

$$\frac{d^2I}{dx^2} = Y_C\ \ IZ$$

La solución de este sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de segundo orden, da el voltaje al principio de la línea, como función de la distancia E(X), y la corriente al principio de la línea, como una función de la distancia también. Esta solución se puede obtener por diferentes métodos, para resolver sistemas de ecuaciones diferenciales. La solución que se obtiene es la siguiente:

$$E(X) = E_R\ \cos\ h\left(\sqrt{Z\,Y_C}\ X\right) + I_R\sqrt{\frac{Z}{Y_C}}\ sen\ h\left(\sqrt{Z\,Y_C}\ X\right)$$

$$I(X) = I_R\cos\ h\left(\sqrt{Z\,Y_C}\ X\right) + E_R\sqrt{\frac{Y_C}{Z}}\ \ sen\ h\left(\sqrt{Z\,Y_C}\ X\right)$$

Al término $\sqrt{Z\ Y_C} = m$ se le conoce como coeficiente de programación de la línea.

Las ecuaciones anteriores se pueden escribir también en la siguiente forma:

$$E(X) = \cos\ h(mx)E_R + I_R\sqrt{\frac{Z}{Y_C}}\ sen\ h(mx)$$

$$I(X) = \sqrt{\frac{Y_C}{Z}}\ sen\ h\ (mx)\ E_R\ +\ I_R\cos\ h\ (mx)$$

Al termino:

$$\sqrt{\frac{Y_C}{Z}} = Y_0 = \frac{1}{Z_0};\quad Z_O = Impedancia\ característica\ de\ la\ línea\ (\Omega)$$

De manera que las ecuaciones para calcular el voltaje y la corriente al principio de la línea, en función del voltaje y la corriente en el extremo receptor (E_R, I_R), son las siguientes:

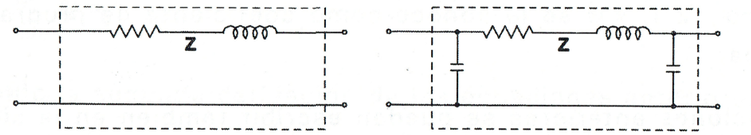
$$E\ (x) = E_R\ \cos\ h\ (mx) + I_R\ Z_0\ \ sen\ h\ (mx)$$

$$I\,(x) = E_R\ Y_O\ \ sen\ h(mx)\ +\ I_R\ \cos\ h\ (mx)$$

3.8 EL MÉTODO DE LAS CONSTANTES GENERALIZADAS, PARA EL CÁLCULO DE LAS LÍNEAS DE TRANSMISIÓN

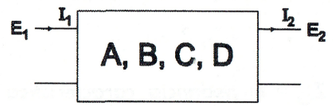
Las constantes generalizadas son características de las redes eléctricas, denominadas de dos pares de terminales; por lo tanto, aplicables a elementos de circuitos eléctricos. Con estas características, por ejemplo, los transformadores pueden ser estudiados bajo este concepto. En el caso particular de las líneas de

transmisión en su representación monofásica, el método de las constantes generalizadas es aplicable, debido a que constituyen una red con dos pares de terminales.



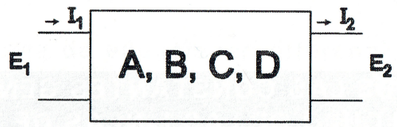
CIRCUITO SERIE CIRCUITO PI

Este método, establece la relación entre la corriente y voltaje de entrada con la corriente y voltaje de salida, para un circuito eléctrico. Esta relación se establece por medio de cuatro constantes que se denominan:



$$E = AE_2 + BI_2 \qquad I = CE_2 + DI_2$$

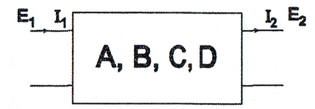
Existe un procedimiento general para determinar el valor de las constantes, para cada circuito en particular; que consiste en suponer condiciones de corto circuito y circuito abierto en la red. Por ejemplo, se supone que se ponen en corto circuito las terminales de salida del circuito anterior.



$$E_1 = BI_2 \qquad B = \frac{E_1}{I_2}$$

$$I_1 = DI_2 \qquad D = \frac{I_2}{I_1}$$

Si se considera ahora que las terminales de salida están en circuito abierto, entonces $I_2 = 0$.

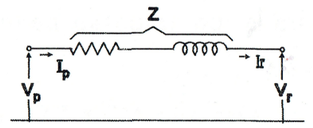


$$E_1 = AE_2 \qquad A = \frac{E_1}{E_2}$$

$$I_1 = CE_2 \qquad C = \frac{I_1}{E_2}$$

Para el caso particular de las líneas de transmisión, se puede aplicar el mismo razonamiento, de suponer condiciones de operación en circuito abierto y corto circuito, pero también se puede usar la correspondencia entre las ecuaciones, para cada circuito de la línea - corta, media o larga- y las expresiones generales, para las llamadas constantes generalizadas, de la siguiente manera:

Línea corta:



$I_P = I_r$

$E = A\ E_2 + BI_2$

Para las constantes generalizadas

$I = C\ E_2 + DI_2$

Las ecuaciones de la línea corta, que se estudió antes, son:

$V_P = Vr + Z\ Ir = Vr + Z\ Ir$

$I_P = I_P = 0 + Ir$

Comparando término a término:

$$A = 1; \quad B = Z, \quad C = 0; \quad D = 1 \quad \therefore \quad A = D$$

Para la línea media se tienen:

Para el circuito T

$$V_P = \left(1 + \frac{Y_C Z}{2}\right) V_R + \left(Z + \frac{Z^2 Y_C}{4}\right) I_R$$

$$I_P = Y_C \; V_R + \left(1 + \frac{Z Y_C}{2}\right) I_R$$

De modo que:

$$A = 1 + \frac{Y_C Z}{2}; \qquad B = Z + \frac{Z^2 Y_C}{4}; \qquad C = Y_C;$$

$$D = \left(1 + \frac{Z Y_C}{2}\right) \qquad \therefore \quad A = D$$

Para el circuito π:

$$V_P = V_R \left(1 + \frac{Z Y_C}{2}\right) + Z \; I_R$$

$$I_P = V_R \left(Y_C + \frac{Z Y_c^2}{4}\right) + \left(1 + \frac{Y_C Z}{2}\right) I_R$$

Comparando términos:

$$A = 1 + \frac{Z Y_C}{2}; \quad B = Z; \qquad C = Y_C + \frac{Z Y_c^2}{4};$$

$$D = 1 + \frac{Z Y_C}{2} \qquad \therefore \qquad A = D$$

Para la línea larga:

$$V_P = V_r \; \cos h \; (mx) + I_r \; Z_o \; sen \; h \; (mx)$$

$$I_P = V_r \; Y_o \; sen \; h \; (mx) + I_r \; \cos h \; (mx)$$

Comparando:

$$A = \cos h \; (mx); \qquad B = Z_O \; sen \; h \; (mx);$$

$$C = Y_O \; sen \; h \; (mx) \; ; \qquad D = \cos h \; (mx)$$

$$\therefore \quad A = D$$

Ejemplo

Se tiene una línea de transmisión a 115 kV, 60 Hz, 100 Km. de longitud, que se desea calcular por el circuito Pl, para los siguientes casos:

a) Conductor de 477 KCM por fase.

b) Conductor de 715 KCM por fase.

c) Conductor de 795 KCM por fase.

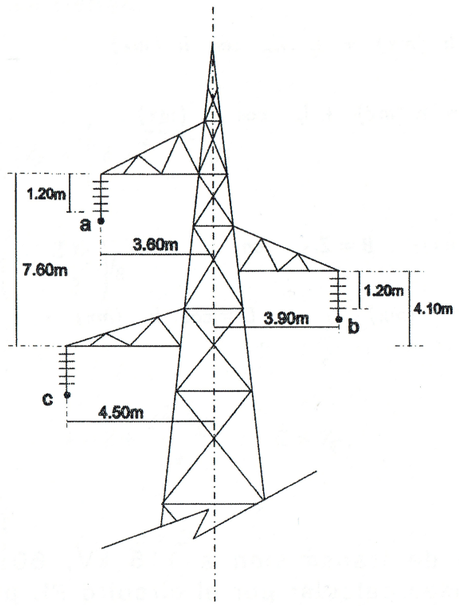
Se desea para una carga de 100 MW a cos ϕ = 0.85:

I) Calcular para cada caso, el voltaje y corriente al principio de la línea.

II) La regulación de voltaje.

III) Pérdidas y eficiencia.

IV) Para la solución, calcular la relación entre la regulación, para cada calibre de conductor: expresándola en %; y también la relación entre eficiencia, para cada calibre de conductor. La disposición de conductores, es la siguiente:



Solución

a) Conductor de 477 KCM de tablas:

Diámetro exterior =	21.8 mm
Resistencia C.A. a 50° C =	0.134 ohms/cond/km
Nombre comercial =	Halcón
Número de hilos =	26/7
RMG =	0.884 cm

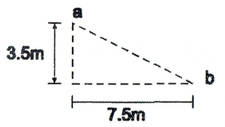
La resistencia total será:

$$R = r \times l = 0.134 \times 100 = 13.4 \text{ ohms}$$

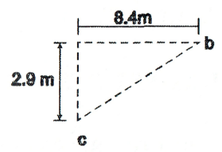
$$R = 13.4 \text{ ohms}$$

La reactancia Inductiva:

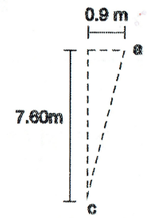
Del arreglo de conductores, se calcula la distancia media geométrica, como se indica:



$$D_{ab} = \sqrt{(3.5)^2 + (7.5)^2} = 8.27 \text{ m}$$



$$D_{bc} = \sqrt{(2.9)^2 + (8.4)^2} = 8.88 \text{ m}$$



$$D_{ca} = \sqrt{(7.6)^2 + (0.9)^2} = 7.65 \text{ m}$$

$$DMG = \sqrt[3]{D_{ab} \times D_{bc} \times D_{ca}}$$

$$= \sqrt[3]{8.27 \times 8.88 \times 7.65} = 825\ cm$$

$$X_L = 0.17.36\ \log \frac{DMG}{RMG} \times 1 = 0.1736\ \log \frac{825}{0.884} 100 = 51.56\ ohms$$

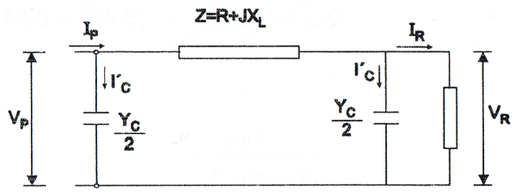
$$X_L = 51.56\ ohms$$

Para la admitancia capacitiva:

$$Y_O = \frac{9.085 \times 10^{-6}}{\log \frac{DMG}{RMG}} \times 100 = \frac{9{,}085 \times 10^{-6}}{\log \frac{825}{0.884}} 100 = 3.059 \times 10^{-4}\ \ SIEMENS$$

$$Y_C = 3{,}059 \times 10^{-4}\ \ SIEMENS$$

Del circuito π se tiene:



$$V_P = V_R\left(1 + \frac{Z Y_C}{2}\right) + Z\ I_R \qquad I_P = I_R\left(1 + \frac{Z Y_C}{2}\right) + V_R Y_C\left(1 + \frac{Z Y_C}{4}\right)$$

Tomando de referencia a VR se tiene:

$$V_R = \frac{115}{\sqrt{3}} = 66.39\ kV$$

$$V_R = 66.39 \angle 0^\circ\ kV$$

$$I_R = \frac{kW}{\sqrt{3}\ kV\ \cos\phi} = \frac{100\,000}{\sqrt{3} \times 115 \times 0.85} = 590.64\ \ Amp.$$

$$I_R = 590.64 \angle -31.79^\circ\ Amp.$$

$$Z = 13.4 + j51.56 = 53.27\ \angle 75.43^\circ\ \Omega$$

$$Z = 53.27\ \angle 75.43^\circ\ \ ohms$$

$$V_P = 66390\ \angle 0^\circ \left(1 + \frac{53.27 \angle 75.43^\circ \times 3.059 \times 10^{-4} \angle 90^\circ}{2}\right)$$

$$+\ 53.27 \angle 75.43^\circ \times 590.64 \angle -31.79$$

$$= 66390\ \angle 0^\circ\ (1 + 8.147 \times 10^{-3}\ \angle 165.43^\circ) + 31463.39\ \angle 43.64^\circ$$

$$= 66390\ \angle 0^\circ (0.992\ \angle 0.118^\circ) + 31463.39\ \angle 43.64^\circ$$

$$V_P = 65858.88\ \angle 0.118^\circ + 31463.39\ \angle 43.64^\circ$$

$$= 65858.74 + j135.63 + 22769.74 + j21713.67$$

$$= 88628.48 + j21849.3$$

$$= 91281.97\ \angle 13.85^\circ$$

$$V_P = 91.282\ \angle 13.85^\circ\ kV$$

$$I_P = 590.64\ \angle -31.79^\circ \left(1 + \frac{53.27 \angle 75.43^\circ \times 3.059 \times 10^{-4} \angle 90^\circ}{2}\right)$$

$$+ 66390\left(3.059 \times 10^{-4} \angle 90^\circ\right)\left(1 + \frac{53.27 \angle 75.43^\circ \times 3.059 \times 10^{-4} \angle 90^\circ}{4}\right)$$

$X_L = 50.05\ ohms$

Para la admitancia capacitiva:

$$Y_C = \frac{9.085\ x\ 10^{-6}}{\log \frac{DMG}{RMG}} l = \frac{9.085\ x\ 10^{-6}}{\log \frac{825}{1.08}} 100 = 3.15\ x\ 10^{-} SIEMENS$$

$Y_C = 3.15\ x\ 10^{-4}\ SIEMENS$

Del circuito π se tiene:

$$V_P = V_R \left(1 + \frac{ZY_C}{2}\right) + Z\ I_R$$

$$I_P = I_R \left(1 + \frac{ZY_C}{2}\right) + V_R\ Y_C \left(1 + \frac{ZY_C}{4}\right)$$

De cálculos anteriores:

$V_R = 66.39\ \angle 0°\ kV$ $\qquad$ $I_R = 590.64\ \angle -31.79°\ AMP.$

Para la impedancia:

$Z = 8.96 + j50.05 = 50.84\ \angle 79.85°$

$Z = 50.84\ \angle 79.85°$

$$V_P = 66390\ \angle 0° \left(1 + \frac{50.84 \angle 79.85° \times 3.15 \times 10^{-4} \angle 90°}{2}\right)$$

$+ 50.84 \angle 79.85° \times 590.64 \angle -31.7°$

$= 66390\ \angle 0° (1 + 8\ x\ 10^{-3}\ \angle 169.85°) + 30028.13\ \angle 48.06°$

$= 66390\ \angle 0° (0.992\ \angle 0.081°) + 30028.13\ \angle 48.06°$

$= 65858.81 + j93.10 + 20069.36 + j2236.28$

$= 85928.17 + j22429.38 = 88807.25\ \angle 14.63°$

$V_P = 88.807\ \angle 14.63°\ kV$

$$I_P = 590.64\ \angle -31.79° \left(1 + \frac{50.84 \angle 79.85° \times 3.15 \times 10^{-4} \angle 90°}{2}\right)$$

$$+ 66390 \angle 0° (3.15 x 10^{-4} \angle 90°) \left(1 + \frac{50.84 \angle 79.85° \times 3.15 \times 10^{-4} \angle 90°}{4}\right)$$

$= 590.64\ \angle -31.79° (0.992\ \angle 0.081°) + 20.91 \angle 90° (1 + 4\ x\ 10^{-3}\ \angle 169.85°)$

$= 585.91\ \angle -31.71° + 20.91 \angle 90°\ (0.996\ \angle 0.040)$

$= 585.91\ \angle -31.71° + 20.82\ \angle 90.04°$

$= 498.44 - j307.96 - 0.0145 + j20.819 = 498.42 - j287.14$

$= 575.21\ \angle -29.94°$

$I_p = 575.21\ \angle -29.94°\ AMP.$

Para la regulación:

$$\%\ REG = \frac{88807 - 66390}{66390} 100 = 33.76$$

$\%\ REG = 33.76$

$PÉRDIDAS = 3I_S^2\ R$

$$I_S = I_R + I_C'' = I_R + V_R \frac{Y_C}{2}$$

$$= 590.64 \angle -31.79 + 66390 \angle 0° \left[\frac{3.15 \times 10^{-4}}{2} \angle 90° \right]$$

$$= 590.64 \angle -31.79° + 10.45 \angle 90°$$

$$= 502.03 - j311.15 + j10.45 = 502.03 = j300.7$$

$$= 585.19 \angle -30.92°$$

$$I_S = 585.19 \angle -30.92° AMP$$

$$PÉRDIDAS = 3\ (585.19)^2\ (8.96) = 9\ 204.98\ kW$$

$$PÉRDIDAS = 9.2049\ MW$$

A manera de comprobación:

$$P_p = \sqrt{3}\ V_p\ I_p\ \cos\ \rho = \sqrt{3} \times 153.81 \times 575.21 \cos (29.94 + 14.63)$$

$$= 109.167\ MW$$

$$PÉRDIDAS = 100 - 109.167 = 9.167\ MW$$

Eficiencia:

$$\% \ \eta = \frac{100}{100 + 9.2049} 100 = 91.57$$

$$\% \ \eta = 91.57$$

e) Conductor de 795 KCM.

De Tablas se obtiene:

- Diámetro exterior = 28.1 mm
- Resistencia C.A. a 50° C = 0.08 ohms/cond/km
- Nombre comercial = EIDER
- Número de hilos = 26/7
- RMG = 1.14 cm

La resistencia total:

$$R = r \times l = 0.08 \times 100 = 8 \text{ ohms}$$

$$R = 8\ ohms$$

La reactancia inductiva:

$$X_L = 0.1736 \log \frac{DMG}{RMG} \times l = 0.1736 \log \frac{825}{1.14} \times 100 = 49.64$$

$$X_L = 49.64 \text{ ohms}$$

Para la admitancia capacitiva:

$$Y_C = \frac{9.085 \times 10^{-6}}{\log \frac{DMG}{RMG}} \times l = \frac{9.085 \times 10^{-6}}{\log \frac{825}{1.14}} 100 = 3.18 \times 10^{-4} \text{ SIEMENS.}$$

$$Y_C = 3.18 \times 10^{-4}\ SIEMENS$$

Del circuito π tenemos:

$$V_p = V_R \left(1 + \frac{ZY_C}{2} \right) + ZI_R$$

$$I_p = I_R\left(1+\frac{ZY_C}{2}\right) + V_R\ Y_C\left(1+\frac{ZY_C}{4}\right)$$

De cálculos anteriores, tenemos:

$V_R = 66.39\ \angle 0°$ kV $\qquad I_R = 590.64\ \angle -31.79°$ Amperes

Para la impedancia:

$$Z = 8 + j49.64 = 50.28\ \angle 80.84°$$

$$Z = 50.28\ \angle 80.84°$$

Substituyendo valores:

$$V_p = 66390\ \angle 0°\left(1+\frac{50.28\angle 80.84° \times 3.18 \times 10^{-4}\angle 90°}{2}\right)$$

$$+ 50.28\angle 80.84° \times 590.64\angle -31.79°$$

$$= 66390\ \angle 0°\ (1 + 7.99 \times 10^{-3}\ \angle 170.84°) + 29697.38\angle 49.05°$$

$$= 66390\ (0.992\ \angle 0.07° + 29697.38\ \angle 49.05°)$$

$$= 65858.88\ \angle 0.07° + 29697.38\ \angle 49.05°$$

$$= 65858.83 + j80.46 + 19463.67 + j22429.89$$

$$= 85322.5 + j22510.35 = 88241.97\ \angle 14.78°$$

$$V_p = 88.24\ \angle 14.78°\ kV$$

$$I_p = 590.64\ \angle -31.79°\left(1+\frac{50.28\angle 80.84° \times 3.18 \times 10^{-4}\angle 90°}{2}\right)$$

$$+ 66390\ \angle 0°\ \times\ 3.18\ \times\ 10^{-4}\ \angle 90°\left(1+\frac{50.28\angle 80.84° x 3.18\ x10^{-4}\angle 90°}{4}\right)$$

$$= 590.64\ \angle -31.79°\ (0.992\ \angle 0.07°) + 21.11\ \angle 90°$$

$$(1 + 3.99 \times 10^{-3}\ \angle 170.84)$$

$$= 585.91\ \angle -31.72° + 21.11\ (0.996\ \angle 0.036)$$

$$= 585.91\ \angle -31.72° + 21.02\ \angle 90.036°$$

$$= 498.39 - j308.05 - 0.013 + j21.019$$

$$= 498.37 - j287.03 = 575.11\ \angle -29.94°$$

$I_p = 575.11\ \angle -29.94°$ Amperes

Para la regulación:

$$\%\ \text{REG} = \frac{88242 - 66390}{66390}100 = 32.91$$

$$\%\ REG = 32.91$$

$$PÉRDIDAS = 3\ I_S^2\ R$$

$$I_S = I_R + I_C'' = I_R + V_R\ \frac{Y_C}{2}$$

$$= 590.64\ \angle -31.79° + 66390\angle 0°\ \times\ \left(\frac{3.18\ \times\ 10^{-4}\angle 90°}{2}\right)$$

$$= 590.64\ \angle -31.79° + 10.55\ \angle 90° = 502.03 - j311.15 + j10.5$$

$$= 502.03 - j300.6 = 585.14\ \angle -30.91°$$

$$PÉRDIDAS = 3\ (585.14)^2\ \ 8 = 8217.33\ \ kW$$

$$PÉRDIDAS = 8.217\ \ MW$$

A manera de comprobación:

$$P_p = \sqrt{3}\ V_p\ I_p\ \cos\rho = \sqrt{3}\ \text{x}\ 152.82\ \text{x}\ 575.11\ \cos(29.4 + 14.78) = 108.176$$

$$PÉRDIDAS = 100 - 108.176 = 8.176\ \ MW$$

Eficiencia:

$$\%\ \eta = \frac{100}{100 + 8.217}100 = 92.4$$

$$\%\ \eta = 92.4$$

Calibre KCM	Regulación %	Eficiencia %
477	37.49	87.89
715	33.76	91.57
795	32.91	92.4

$$\frac{\%\ \text{Reg}\ 477}{\%\ \text{Reg}\ 715}100 = \frac{37.49}{33.76}100 = 111.04\%$$

Lo anterior quiere decir, que la regulación con el conductor 715 KCM, es mejor en un 11.04 %; con respecto a la del conductor 477 KCM.

$$\frac{\%\ \text{Reg}\ 715}{\%\ \text{Reg}\ 795}100 = \frac{33.76}{32.91}100 = 102.58\ \%$$

La regulación con conductor 795, es mejor en un 2.58%, que la del conductor 715 KCM.

$$\frac{\%\ \text{Reg}\ 477}{\%\ \text{Reg}\ 795}100 = \frac{37.49}{32.91}100 = 113.91\%$$

La regulación con conductor 795 KCM, es mejor en un 13.91%; con respecto a la del conductor 477 KCM.

Para la eficiencia tenemos:

$$\frac{\%\ \eta 795}{\%\ \eta\ 715}100 = \frac{92.40}{91.57}100 = 100.9\ \%$$

Que quiere decir que, la eficiencia se incrementa en un 0.9%, si usamos conductor 795 kCM; en lugar de 715 KCM.

$$\frac{\%\ \eta\ 795}{\%\ \eta\ 477}100 = \frac{92.40}{87.89}100 = 105.13\ \%$$

$$\frac{\%\ \eta\ 715}{\%\ \eta\ 477}100 = \frac{91.57}{87.89}100 = 104.18\ \%$$

Ejemplo

Se tiene una línea de transmisión trifásica de 230 kV con L = 600 Km, $Z = 0.40\angle 86°\ \Omega/\text{Km}$ y $Y_C = 2.5 \times 10^{-6}\angle 90°$ siemens/Km, que alimenta en el extremo receptor una potencia $P_R = 80\text{MW}$. Usando el método de las constantes generalizadas:

a) Usando el circuito π para la línea media; si $V_R = 230$ kV, $\cos\theta_R = 1.0$, calcular I_S, V_S, $\cos\theta_S$, % Reg, %η

b) Para el método de la línea larga, repetir el inciso anterior.

Solución

El voltaje en el extremo receptor:

$$V_R = \frac{230\,000}{\sqrt{3}} = 132.79\angle 0°kV$$

$$V_R = 132790\angle 0°V$$

La corriente de la carga:

$$I_R = \frac{P_R}{\sqrt{3}\ x\ kV\ x \cos\theta_R} =$$

$$I_R = \frac{80\,000}{\sqrt{3}\ x\ 230\ x\ 1.0} = 200.82\angle 0°A$$

La impedancia:

$$Z = 0.40\angle 86° \ \Omega/Km$$

La admitancia:

$$Y_C = 2.5\ x\ 10^{-6}\angle 90° \text{ siemens/Km}$$

Para una longitud total de la línea de 600 Km

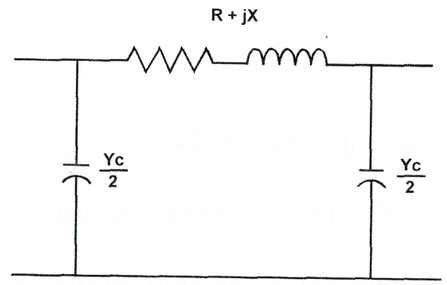
La impedancia:

$$Z = 0.40\angle 86° \ \Omega/Km\ x\ 600\ Km = 240\ \angle 86°\Omega$$

La admitancia:

$$Y_C = 2.5\ x\ 10^{-6}\ \angle 90° \text{ siemens/Km } x\ 600\ Km = 1.5\ x\ 10^{-3}\ \angle 90°\Omega$$

Usando el circuito π para una línea media:



a) Para el circuito π las constantes generalizadas son:

$$A = D = \left(1 + \frac{1}{2}(ZY_C)\right)$$

$$A = D = \left(1 + \frac{1}{2}x\left(240\angle 86° x\left(1.5\ x\ 10^{-3}\angle 90°\right)\right)\right)$$

$$A = 0.820\angle 0.87° = 0.820 + j0.012$$

$$B = Z = 240\angle 86°$$

$$C = Y_C\left(1 + \frac{ZY_C}{4}\right)$$

$$C = \left(1.5\ x\ 10^{-3}\angle 90°\right)\left(1 + \frac{(240\angle 86°)x\left(1.5\ x\ 10^{-3}\ \angle 90°\right)}{4}\right)$$

$$C = 1.36\ x\ 10^{-3}\angle 90.4° = 0 + j1.36\ x\ 10^{-3}$$

Para el método de la línea larga:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{Z}{Y_C}} =$$

$$Z_0 = \sqrt{\frac{(240\angle 86°)}{(1.5\,x\,10^{-3}\angle 90°)}} = 400\angle -2° = 399.75 - j13.9597$$

$$ml = \sqrt{ZY_C} =$$

$$ml = \sqrt{(240\angle 86°)x\,(1.5\,x\,10^{-3}\angle 90°)} =$$

$$ml = \sqrt{0.36\angle 176°} = 0.6\angle 88° = 0.0209 + j0.5996$$

Para el método de la línea larga, las constantes generalizadas son:

$$A = D = \cosh ml$$

$$\cosh(\alpha+\beta) = \frac{1}{2}\left(e^{\alpha}\angle\beta + e^{-\alpha}\angle -\beta\right)$$

De la ecuación anterior, si se conoce que 0.5996 radianes = 34.35°

$$\cosh(\alpha+\beta) = \frac{1}{2}e^{0.0209}\angle 34.35° + \frac{1}{2}e^{-0.0209}\angle -34.35$$

$$= 0.4210 + j0.2877 + 0.4045 - j0.2764$$
$$= 0.8255 + j0.0113 = 0.8255\angle 0.78°$$

$$A = D = 0.8255\angle 0.78°$$

$$B = Z_0 senh\ ml$$

$$senh(\alpha+\beta) = \frac{1}{2}\left(e^{\alpha}\angle\beta - e^{-\alpha}\angle -\beta\right)$$

$$= 0.4210 + j0.2877 - 0.4045 + j0.2764$$
$$= 0.0165 + j0.5641 = 0.5643\angle 88.32°$$

$$B = (400\ \angle -2°)\,x\,senh(\alpha+\beta)$$

$$B = 225.72\angle 86.32° = 14.487 + j225.25$$

$$C = \frac{1}{Z_0}\,senh\,ml$$

$$C = \frac{1}{(400\angle -2°)}\,x\,senh(\alpha+\beta)$$

$$C = 1.41\,x\,10^{-3}\angle 90.32°$$

Tabla comparativa de constantes generalizadas.

Circuito	A	B	C	D
T	0.820∠0.87°	218.46∠86.39°	1.5x10⁻³∠90°	0.820∠0.87°
π	0.820∠0.87°	240∠86°	1.36x10⁻³∠90.4°	0.820∠0.87°
LINEA LARGA	0.82∠0.78°	225.72∠86.3°	1.41x10⁻³∠90.3°	0.82∠0.78°

Para el circuito π, la ecuación del voltaje al principio de la línea es:

$$V_P = AV_R + BI_R$$

$$I_P = CV_R + DI_R$$

$$V_P = ((0.820\angle 0.87°)\,x\,230000) + ((240\angle 86°)\,x\,(200.82\angle 0°))$$

$$V_P = 198.585\angle 14.86°\,kV$$

$$I_P = ((1.36\,x\,10^{-3}\angle 90.4°)\,x\,230\,000) + ((0.820\angle 0.87°)\,x\,(200.82\angle 0°))$$

$$I_P = 354.68\angle 62.73°\,A$$

La regulación de tensión para el circuito Π

$$\%\,\mathrm{Re}\,g = \frac{V_P - V_R}{V_R}\,x\,100 =$$

$$\%\,\mathrm{Re}\,g = \frac{198.585\ -\ 230}{230}\,x\,100 = -13.65\%$$

Las pérdidas para el circuito π

Se debe calcular el valor de Is

$$I_P = I_C^{'} + I_S \;;\; I_S = I_P - I_C^{'}$$

$$I_S = I_P - I_C^{'} \;;\; I_C^{'} = \frac{V_P\, Y_C}{2}$$

$$I_C^{''} = \frac{(198585\angle 0°)\, x\, (1.5\, x\, 10^{-3}\angle 90°)}{2} = 148.93\angle 104.86° A$$

$$I_S = 354.68\angle 62.73° - 148.93\angle 104.86° = 263.86\angle 40.48° A$$

Las pérdidas son entonces:

$$PÉRDIDAS = 3RI_S^2$$

$$R = V / I$$

$$PÉRDIDAS = 3\, x\, 0.496\, x\, (263.86)^2 = 0.103 MW$$

La eficiencia es:

$$\eta = \frac{MW}{MW + perd}\, x100 =$$

$$\eta = \frac{80}{80 + 0.103}\, x100 = 99.87\%$$

Para el circuito de la línea larga:

$$V_P = AV_R + BI_R$$

$$I_P = CV_R + DI_R$$

$$V_P = ((0.82\angle 0.78°)\, x\, 230\,000) + ((225.48\angle 86.31°)\, x\, (200.82\angle 0°))$$

$$V_P = 197.36\angle 14.0° kV$$

$$I_P = ((1.4 x 10^{-3}\angle 90.31°)\, x\, 230\,000) + ((0.82\angle 0.78°)\, x\, (200.82\angle 0°))$$

$$I_P = 362.85\angle 63.32° A$$

La regulación de tensión para el circuito π:

$$\%\,\mathrm{Re}\,g = \frac{V_P - V_R}{V_R}\, x100 =$$

$$\%\,\mathrm{Re}\,g = \frac{197.36 - 230}{230}\, x100 = -14.19\%$$

Las pérdidas para el circuito de la línea larga

Se debe calcular el valor de Is:

$$I_P = I_C^{'} + I_S \;;\; I_S = I_P - I_C^{'}$$

$$I_S = I_P - I_C^{'} \;;\; I_C^{'} = \frac{V_P\, Y_C}{2}$$

$$I_C^{''} = \frac{(197361\angle 14.0°)\, x\, (1.5\, x\, 10^{-3}\angle 90°)}{2} = 148.02\angle 104° A$$

$$I_S = 362.85\angle 63.32° - 148.02\angle 104° = 268.51\angle 42.26° A$$

Las pérdidas son ahora:

$$Perd = 3RI_S^2$$

$$R = V / I$$

$$Perd = 3\,x\,0.496\,x\,(268.51)^2 = 0.10\,MW$$

La eficiencia es:

$$\eta = \frac{MW}{MW + perd} x\,100 =$$

$$\eta = \frac{80}{80 + 0.10} x\,100 = 99.8\%$$

3.9 EL EFECTO CORONA EN LAS LÍNEAS DE TRANSMISIÓN

En las líneas de transmisión, debido al efecto de campo eléctrico, se presenta el llamado –EFECTO CORONA-, que no es más que una manifestación de la presencia del campo eléctrico en el medio circundante.

En el caso particular de las líneas de transmisión, el efecto corona se manifiesta como radio audible, y eventualmente como un fenómeno visible. Debido a que las líneas se encuentran en aire, el campo eléctrico estará afectado por la temperatura, presión barométrica y humedad, lo que hace cambiar la magnitud del efecto corona; por esta razón, las pérdidas por corona se expresan para condiciones de buen y mal tiempo.

El efecto corona tiene varias etapas desde su inicio, ya que basta con que haya campo eléctrico, para que exista su presencia; lo que ocurre es que para propósitos prácticos, sólo se considera la parte de interés.

Las etapas que se consideran en el fenómeno corona, son:

a) ***Efecto audible.***

Debido a la ionización del aire y producción de ozono. Este ruido es muy suave y en ocasiones no perceptible.

b) ***Efecto audible declarado.***

Es un ruido relativamente fuerte y fácilmente perceptible.

c) ***La presencia de efluvios.***

Que se manifiesta como desprendimiento intermitente de chispas en la línea.

d) ***Efecto luminoso.***

Corresponde a la presencia de un halo luminoso, algunas veces intermitentes alrededor de los conductores, y es visible cuando las condiciones atmosféricas lo permiten; es decir, representan el punto indicativo de las mayores pérdidas, pero no siempre es visible.

El efecto corona se inicia cuando el gradiente de potencial excede a la rigidez dieléctrica del aire; es decir, cuando la intensidad del campo eléctrico es igual o mayor a 30 kV/cm de tensión máxima (alrededor de 21 kV/cm, en valor eficaz).

Este valor se mide a partir de la superficie del conductor, ya que el fenómeno de corona es superficial.

Anteriormente, se mencionó que el fenómeno de corona está presente tanto en aisladores como en conductores de las líneas y subestaciones eléctricas. En el caso de los aisladores, dependiendo de las condiciones ambientales, se tienen valores más o menos constantes, medidos por aislador en laboratorio. De esta manera, se pueden usar para aisladores tipo suspensión, los siguientes datos de pérdidas por corona:

Aisladores estándar (en tiempo seco)	1 – 3 watts/aislador.
Aisladores estándar (en tiempo húmedo)	5-20 watts/aislador.

Para aisladores tipo niebla, se pueden usar prácticamente los mismos valores.

El efecto corona se manifiesta cuando el gradiente superficial excede al aire del valor calculado por la expresión:

$$K_e = \left(21.1\delta + 0.424\sqrt{\frac{\delta}{d}}\ KV/cm\right)$$

d = Diámetro del conductor en cm o distancia equivalente.

δ = Factor de corrección por temperatura y presión barométrica.

$$\delta = \frac{0.392\ b}{273\ +T}$$

b = Presión barométrica en mm de Hg.

T = Temperatura ambiente en °C.

La expresión anterior es aplicable a un conductor. En el caso de tres conductores –como las líneas de transmisión-, debido al efecto capacitivo, la expresión anterior adopta la forma siguiente:

$$E_C = 49.2\ m\ \delta\ \frac{d}{2}\ log\ \frac{2D}{d}$$

EC = Tensión crítica de corona en seco en tiempo húmedo, este valor representa el 80% del calculado.

m = Coeficiente de forma o irregularidad superficial del conductor. Se toma m = 1.0 para conductor liso. Para conductores cableados de 477 kCM, se puede tomar m = 0.83.

Donde:

D = Distancia media entre conductores.

El fenómeno de corona, se dice que se verifica o que es considerable cuando la tensión en operación excede a la crítica de corona, es decir:

$$V > E_C$$

Debido a que el efecto se manifiesta como una ionización del medio circulante al conductor, esto representa una energía calorífica o pérdidas, cuyo valor se calcula de acuerdo con la expresión:

$$P_C = \frac{2.41}{\delta}\ (f\ +\ 25)\ \sqrt{\frac{d}{2D}}\ (V\ -\ E_C)^2\ \times\ 10^{-3}\ kW/km/conductor$$

f = Frecuencia del sistema en hertz.

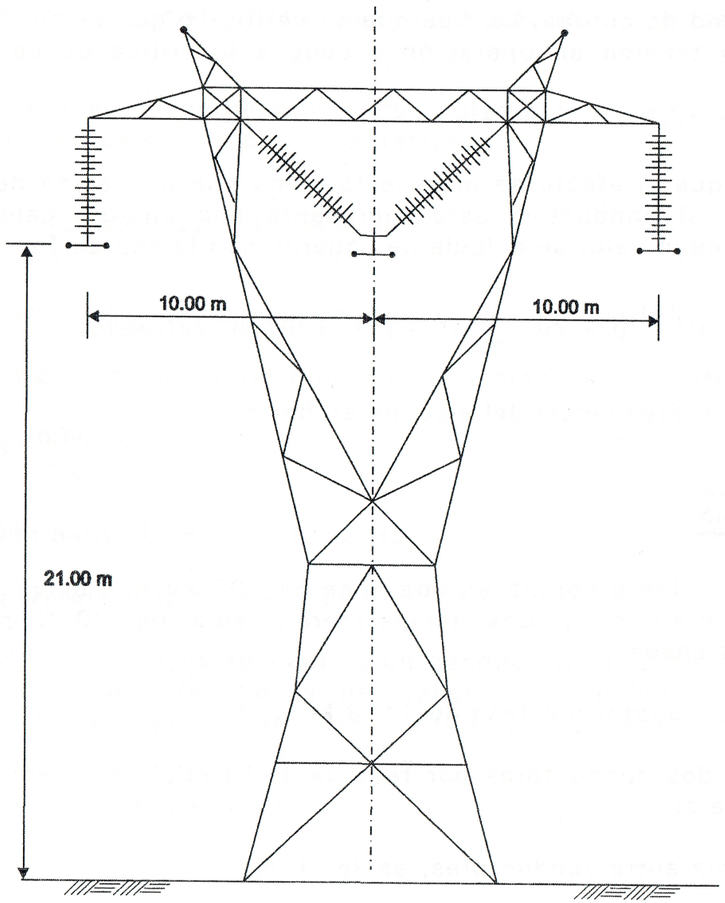
Ejemplo

Analizar el efecto corona en una línea de 400 kV que opera a 60 Hz a 2000 m.s.n.m. y una temperatura media de 20°C para los siguientes casos:

a) Un conductor por fase de 1113 kCM.

b) Con dos conductores por fase de 1113 kCM, separador 45 cm entre sí.

La distancia entre conductores, es de 10 m.



Solución

a) Un conductor:

De tablas para el conductor 1113 kCM, d = 3.28 cm

El factor de corrección:

$b = 586$ *mm de Hg a 2000 m.s.n.m.*

$$T = 20^\circ C$$

$$\delta = \frac{0.392\ (586)}{273 + 20} = 0.784$$

En 400 kV, la tensión máxima de operación entre fases es 420 kV al neutro:

$$V_n = \frac{420}{\sqrt{3}} = 242\,kV$$

La distancia media geométrica:

$$D = \sqrt[3]{10 \text{ x } 10 \text{ x } 20} = 12.6\,m$$

La tensión de corona en tiempo seco con m = 0.86, se tiene:

$$E_C = 49.2 \text{ x } 0.83 \text{ x } 0.78 \text{ x } \frac{3.28}{2} \log \frac{2 \text{ x } 1260}{3.28} = 150.73\,kV$$

En este caso $V_n > E_C$

Por lo tanto, se calculan las pérdidas en ***seco*** para los conductores, tal que:

$$P_C = \frac{2.41}{0.78}\ (60 + 25)\ \sqrt{\frac{3.28}{2 \text{ x } 1260}}\ (242 - 150.73)^2 \text{ x } 10^{-3}$$

$$P_C = 78.92\ kW/km/fase$$

Para las 3 fases, se tiene el total:

$$P_C = 3 \text{ x } 78.92 = 236.7 \text{ kW/km}$$

Considerando 24 aisladores estándar en la cadena/fase, 2 watts de pérdidas por aislador y 2.5 torres por km, entonces:

Número total de aisladores por kilómetro: 24 aisladores por cadena x 4 cadenas por torre x 2.5 torres = 240

Las pérdidas por corona en aisladores, en tiempo ***seco***:

$$P_{aisl} = 2 \times 240 = 480 \ watts/km = 0.48 \ kW/km$$

Las pérdidas por corona por kilómetro de línea, en tiempo ***seco***:

$$P_{ct} = 236.7 + 0.48 = 237.18 \ kW/km$$

En tiempo húmedo, se puede considerar que las pérdidas de la línea permanecen constantes en cuanto A "δ" y "T" para los aisladores; tomando 10 watts de pérdidas por aislador, las pérdidas totales en los aisladores son:

$$P_{aisl} = 10 \times 240 = 2.4 \ kW$$

➲ La tensión crítica de corona en tiempo húmedo es:

$$E_{ch} = 0.8 \ E_C = 0.8 \times 150.7 = 120.58 \ kV$$

$$P_C = \frac{2.41}{0.78}(60 + 25)\sqrt{\frac{3.28}{2 \times 1260}}(242 - 120.58)^2 \times 10^{-3} = 139.68 \ kW/km/fase$$

➲ Para las 3 fases, se tiene:

$$P_C = 3 \times 139.68 = 419 \ kW/km$$

➲ Las pérdidas totales por corona en tiempo húmedo.

$$P_{Ct} = 2.4 + 419 = 421.4 \ kW/km$$

b) Usando dos conductores por fase, en las fórmulas para la tensión crítica y las pérdidas, se sustituye el diámetro del conductor (d) por el diámetro equivalente.

$$d = 3.28 \ cm$$

$$D_{eq} = R_n\sqrt{\frac{nr}{R}}$$

$$n = 2$$

$$r = \frac{3.28}{2} = 1.64 \ cm$$

$$D_{eq} = 22.5 \ 2\sqrt{\frac{2 \times 1.64}{22.5}} = R = \frac{d}{n \ sen\frac{\pi}{n}} = \frac{45}{2sen90^\circ} = 22.5 cm$$

$$= 8.55 \ cm$$

$$Diam_{eq} = 2 \ D_{eq} = 2 \times 8.55 = 17.1 \ cm$$

➲ En tiempo seco:

$$E_C = 49.2 \times 0.83 \times 0.78 \ \frac{17.1}{2} \ log \frac{2 \times 1260}{17.1}$$

$$E_C = 593 \ kV \qquad V_n < E_C$$

➲ En tiempo húmedo:

$$E_{ch} = 0.8 \ (593) = 474.4 \ kV \qquad V_n < E_c$$